

2018~2019学年天津南开区南开大学附属中学高一下学期期中数学试卷

一、选择题（本大题共10题，每小题3分，共计30分）

1. 用一个平面去截一个几何体，得到的截面是四边形，则这个几何体可能是（ ）.

- A. 圆锥 B. 圆柱 C. 球体 D. 以上都有可能

2. 已知 m, n 是两条不同的直线， α, β, γ 是三个不同的平面，下列命题中正确的是（ ）.

- A. 若 $m//\alpha, n//\alpha$ ，则 $m//n$ B. 若 $m//\alpha, m//\beta$ ，则 $\alpha//\beta$
C. 若 $\alpha\perp\gamma, \beta\perp\gamma$ ，则 $\alpha//\beta$ D. 若 $m\perp\alpha, n\perp\alpha$ ，则 $m//n$

3. 设 $\vec{a}_0$ 为单位向量，①若 $\vec{a}$ 为平面内的某个向量，则 $\vec{a} = |\vec{a}| \vec{a}_0$ ；②若 $\vec{a}$ 与 $\vec{a}_0$ 平行，则 $\vec{a} = |\vec{a}| \vec{a}_0$ ；③ $\vec{a}$ 与 $\vec{a}_0$ 平行且 $|\vec{a}| = 1$ ，则 $\vec{a} = \vec{a}_0$.
上述说法中错误的个数是（ ）.

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

4. 将若干毫升水倒入底面半径为2cm的圆柱形器皿中，量得水面的高度为6cm. 若将这些水倒入轴截面是正三角形的倒圆锥形器皿中，则水面的高度是（ ）.

- A. $6\sqrt[3]{3}$ cm B. 6cm C. $2\sqrt[3]{18}$ cm D. $3\sqrt[3]{12}$ cm

5. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，若 $b = 2c \cos A, c = 2b \cos A$ ，则 $\triangle ABC$ 的形状为（ ）.

- A. 直角三角形 B. 锐角三角形 C. 等边三角形 D. 等腰直角三角形

6. 点 O 是 $\triangle ABC$ 所在平面内的一点，满足 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \vec{OB} \cdot \vec{OC} = \vec{OC} \cdot \vec{OA}$ ，则点 O 是 $\triangle ABC$ 的（ ）.

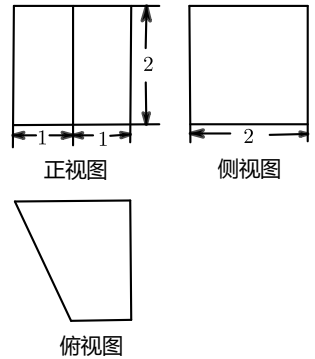
- A. 三角形的内心 B. 三角形的外心 C. 三角形的重心 D. 三角形的垂心

7. 如图所示，一个水平放置的平面图形的斜二测直观图是一个底角为 45° ，腰和上底长均为1的等腰梯形，则这个平面图形的面积是（ ）.



- A. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $1 + \sqrt{2}$ D. $2 + \sqrt{2}$

8. 某几何体的三视图如图所示 (单位: cm), 则该几何体的体积 (单位: cm^3) 是 () .



- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

9. 定义 $d(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a} - \vec{b}|$ 为两个向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 间的“距离”. 若向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 满足:

① $|\vec{b}| = 1$; ② $\vec{a} \neq \vec{b}$; ③ 对任意的 $t \in \mathbf{R}$, 恒有 $d(\vec{a}, t\vec{b}) \geq d(\vec{a}, \vec{b})$ 则 () .

- A. $\vec{a} \perp \vec{b}$ B. $\vec{a} \perp (\vec{a} - \vec{b})$
C. $\vec{b} \perp (\vec{a} - \vec{b})$ D. $(\vec{a} + \vec{b}) \perp (\vec{a} - \vec{b})$

10. 在 $\triangle ABC$ 中, $\tan C = 2$, BC 边上的高为 AD , D 为垂足, 且 $BD = 2DC$, 则 $\cos A =$ () .

- A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

二、填空题 (本大题共6题, 每小题3分, 共计18分)

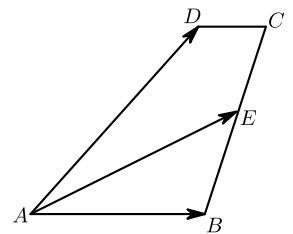
11. 若三点 $A(2, 2)$, $B(a, 0)$, $C(0, b)$, ($ab \neq 0$) 共线, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的值等于 _____ .

12. 已知正四棱柱的对角线的长为 $\sqrt{6}$, 且对角线与底面所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 则该正四棱柱的体积等于 _____ .

13. 已知点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 则 $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} =$ _____ .

14. 某舰艇在 A 处测得遇险渔船在北偏东 45° 方向上的 C 处, 且到 A 的距离为 10 海里, 此时得知, 该渔船沿南偏东 75° 方向, 以每小时 9 海里的速度向一小岛靠近, 舰艇的速度为 21 海里/小时, 则舰艇到达渔船的最短时间是 _____ 小时.

15. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\vec{DC} = \frac{1}{3}\vec{AB}$, E 为 BC 的中点, 且 $\vec{AE} = x \cdot \vec{AB} + y \cdot \vec{AD}$, 则 $3x - 2y =$ _____ .



16. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A , B , C 所对的边分别为 a , b , c . 若 $\frac{a}{\sin B} = \frac{b}{\sin C} = \frac{c}{\sin A}$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是 _____ .

三、解答题 (本大题共4题, 共计52分)

17. 已知 $\vec{a} = (\cos \alpha, \sin \alpha)$, $\vec{b} = (\cos \beta, \sin \beta)$, $0 < \beta < \alpha < \pi$.

(1) 若 $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{2}$, 求证: $\vec{a} \perp \vec{b}$.

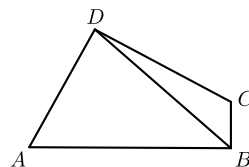
(2) 设 $\vec{c} = (0, 1)$, $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$, 求 α, β 的值.

18. 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $a = \sqrt{7}$, $b = 3$, $\sqrt{7} \sin B + \sin A = 2\sqrt{3}$.

(1) 求角 A 的大小.

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

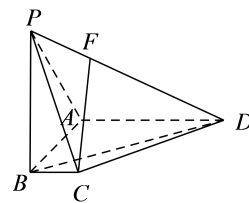
19. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle DAB = \frac{\pi}{3}$, $AD : AB = 2 : 3$, $BD = \sqrt{7}$, $AB \perp BC$.



(1) 求 $\sin \angle ABD$ 的值.

(2) 若 $\angle BCD = \frac{2\pi}{3}$, 求 CD 的长.

20. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PB \perp$ 底面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 为梯形, $AD \parallel BC$, $AD \perp AB$, 且 $PB = AB = AD = 3$, $BC = 1$.



- (1) 若点 F 为 PD 上一点且 $PF = \frac{1}{3}PD$. 证明: $CF \parallel$ 平面 PAB .
- (2) 求二面角 $B-PD-A$ 的大小.
- (3) 在线段 PD 上是否存在一点 M , 使得 $CM \perp PA$? 若存在, 求出 PM 的长; 若不存在, 说明理由.